

## Analytische Geometrie: Erste Anwendungsaufgaben

---

### Aufgabe 1.

Zwei elektrische Leitungen werden in einem Neubau geradlinig verlegt. In einem gewählten Koordinatensystem verläuft die eine Leitung durch die Punkte  $P(16/18/12)$  und  $Q(17/17/13)$  und die andere durch die Punkte  $R(12/14/12)$  und  $S(11/15/11)$ . Der Architekt fordert, dass die Leitungen parallel verlaufen sollen, aber nicht direkt zusammen verlegt werden sollen. Überprüfen Sie, ob die Vorgabe erfüllt ist.

### Aufgabe 2.

Die Stadt Dortmund plant unter dem Boden zweier Grundstücke geradlinig neue Versorgungsleitungen zu verlegen. Die eine Leitung soll durch die Punkte  $P(-1/2/-4)$  und  $Q(2/4/-4)$  die andere durch die Punkte  $C(10/12/-1)$  und  $D(14/16/-4)$  verlaufen. Überprüfen Sie, ob die praktische Umsetzung möglich ist.

### Aufgabe 3.

Die Flugebene  $\mathcal{E}_1$  einer Drohne ist durch die Punkte  $A(2/4/6)$ ,  $B(1/-2/8)$  und  $C(5/6/4)$  definiert.

Die Flugebene  $\mathcal{E}_2$  zweier weiterer Drohnen ist durch deren Flugbahnen

$$\mathfrak{g}_1 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{g}_2 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2,2 \\ -4,4 \\ 4,4 \end{pmatrix}$$

vorgegeben.

- Geben Sie eine Parameterform der Flugebene  $\mathcal{E}_1$  an.
- Zeichnen Sie die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  und die Geraden  $\mathfrak{g}_1$  und  $\mathfrak{g}_2$  in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.
- Weisen Sie nach, dass die Flugbahnen der zweiten und dritten Drohne parallel sind, jedoch keinen Punkt gemeinsam haben.
- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Flugebene  $\mathcal{E}_2$ .
- Überprüfen Sie rechnerisch, ob sich die Flugebenen  $\mathcal{E}_1$  und  $\mathcal{E}_2$  schneiden?

#### Aufgabe 4.

Ein kleines Bürogebäude hat die Form eines  $16\text{ m}$  hohen Quaders mit aufgesetzter symmetrischer Pyramide. Die quadratische Grundfläche besitzt einen Flächeninhalt von  $36\text{ m}^2$  und die aufgesetzte Pyramide eine Höhe von  $4\text{ m}$ .

In einem Plan des Architekten ist die Grundfläche des Gebäudes in der  $xy$ -Ebene eines Koordinatensystems eingezeichnet und zwei der Eckpunkte der Grundfläche sind mit  $A(0/0/0)$  und  $C(6/6/0)$  angegeben. Weiter haben alle Punkte des Gebäudes nicht-negative  $z$ -Komponenten.

- a) Begründen Sie, warum die Punkte  $A$  und  $C$  geeignet sind, die Grundfläche zu modellieren.
- b) Zeichnen Sie das Gebäude in ein geeignetes Koordinatensystem. Geben Sie die Koordinaten aller Eckpunkte an.
- c) Die Sonne lässt sich von der Spitze  $S$  der Pyramide unter dem Vektor  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$  anvisieren. Bestimmen Sie die Koordinaten des Schattenpunktes der Spitze  $S$  in der  $xy$ -Ebene.
- d) Bestimmen Sie die Ebenengleichungen zweier anliegender Pyramidenseiten und bestimmen Sie deren Schnittgerade rechnerisch.
- e) Das Gebäude ist in Niedrigenergiebauweise entstanden. Daher lassen sich die Fenster nicht öffnen. Arbeitsrechtliche Vorgaben besagen, dass das Gebäude eine Be- und Entlüftung haben muss, bei der jede Stunde mindestens 80% der Raumluft erneuert werden. Der Architekt schlägt ein Pumpensystem mit der Leistung  $380 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$  vor. Beurteilen Sie diesen Vorschlag.