

## Modellierungs- und Steckbriefaufgaben

### Ganzrationale Funktionen bis Grad 3

---

**Aufgabe 1.** Der Querschnitt eines  $2\text{ km}$  langen Kanals hat die Form einer ganzrationalen Funktion zweiten Grades. An der tiefsten Stelle ist der Kanal  $4\text{ m}$  tief. An der Oberfläche hat er eine Breite von  $12\text{ m}$

- Skizzieren Sie den Querschnitt des Kanals und ergänzen Sie Ihre Zeichnung um ein sinnvolles Koordinatensystem, in dem auch die wichtigsten Punkte markiert sind.
- Stellen Sie mit Hilfe Ihres Koordinatensystems Bedingungen an den Verlauf der Funktion auf, die den Querschnitt des Kanals beschreibt.
- Lösen Sie das zu den Bedingungen aus b) gehörige lineare Gleichungssystem und geben Sie die zugehörige Funktion an.
- Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche.
- Ermitteln Sie, wie viel Wasser sich im Kanal befindet, wenn er bis zum Rand gefüllt ist.
- Berechnen Sie, wie viel Prozent der Wassermenge sich noch im Kanal befindet, wenn er nur bis  $1\text{ m}$  unter den Rand gefüllt ist.

**Aufgabe 2.** Der Verlauf einer Landstraße durch ein Waldstück im Sauerland kann in einem Koordinatensystem näherungsweise durch die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3$$

beschrieben werden. Diese Straße kreuzt mehrfach eine gerade Bundesstraße, die im gleichen Koordinatensystem durch die Punkte  $P(0/5)$  und  $Q(1,5/6)$  verläuft. Alle Einheiten sind in  $\text{km}$  zu verstehen.

- Skizzieren Sie beide Straßen. Bestimmen Sie dazu insbesondere die Extrema der Funktion dritten Grades, ihren  $y$ -Achsenabschnitt und den globalen Verlauf.
- Argumentieren Sie, warum die Funktion  $f$  nur eine Nullstelle hat und diese kleiner als  $-3$  ist.
- Geben Sie eine Funktionsvorschrift für den Verlauf der Bundesstraße an.
- Markieren Sie in der Skizze den Bereich, der von den beiden Straßen eingeschlossen wird.
- Berechnen Sie den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.

---

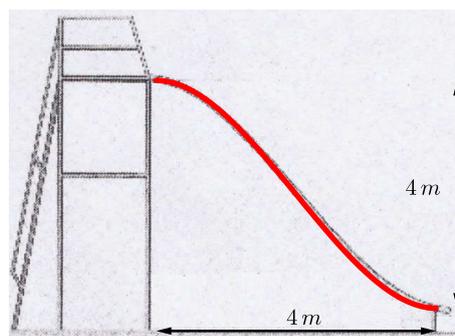
*Adresse:* Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm

*E-Mail:* [mail@frank-klinker.de](mailto:mail@frank-klinker.de)

*Version:* 6. September 2023

### Aufgabe 3.

Eine Metallrutsche hat eine Gesamthöhe von  $4,30\text{ m}$  und eine Breite von  $4,00\text{ m}$ . Das Profil soll durch eine ganzrationale Funktion dritten Grades  $f(x)$  festgelegt sein. Der Übergang an die obere Plattform und an einen waagerechten Auslauf in der Höhe  $0,30\text{ m}$  soll knickfrei erfolgen.



- Legen Sie ein Koordinatensystem derart fest, dass  $f(x)$  den  $y$ -Achsenabschnitt  $y = 4,30$  besitzt.
- Bestimmen Sie die Bedingungen an die Funktion  $f(x)$  und stellen Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem auf.
- Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems und geben Sie die Funktion  $f(x)$  an.
- Die DEKRA fordert, dass die Rutsche an keiner Stelle steiler als  $60^\circ$  gegen die Horizontale sein darf (das entspricht einer Steigung vom Betrag  $1,73$ ). Überprüfen Sie, ob die Vorgabe erfüllt ist.
- Ist die mittlere Steigung der Rutsche ebenso gut geeignet den Wert aus d) abzuschätzen?
- Der Spielplatzbesitzer möchte die Querschnittsfläche unter der Rutsche mit Holz verkleiden. Berechnen Sie den Materialverbrauch.
- Der Spielplatzbesitzer schätzt das benötigte Material mit  $8\text{ m}^2$  ab. Beurteilen Sie seine Schätzung. Worauf beruht die Schätzung des Spielplatzbetreibers?