Frank Klinker

Aufgaben: Ganzrationale Funktionen

Teil 1: Grundlegende Eigenschaften ganzrationaler Funktionen

Aufgabe 1. Gegeben sind die vier ganzrationalen Funktionen

$$f_1(x) = -x^3 + 2x - 1 \qquad f_2(x) = -\frac{1}{2}x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1$$
$$f_3(x) = 0{,}3x^5 - 0{,}2x^3 + x \qquad f_4(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}$$

Vervollständigen Sie die folgende Wertetabelle mit Hilfe Ihres Taschenrechners:

x	$-5{,}5$	-4	$-2{,}5$	-1	0	1	$2{,}5$	4	$5{,}5$
$f_1(x)$									
$f_2(x)$									
$f_3(x)$									
$f_4(x)$									

Aufgabe 2. Eine ganzrationale Funktion vierten Grades lässt sich in der Form

$$f(x) = 2(x^2 + 4)(x - 1)(x + 2)$$

schreiben.

a) Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b, c, d, e der Normalform

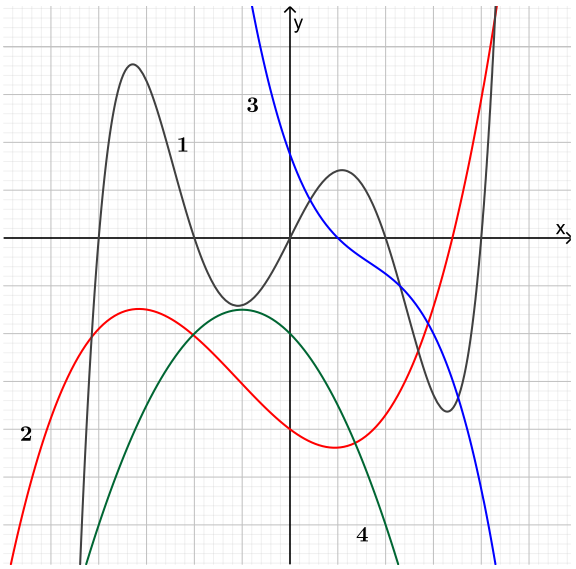
$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e\,.$$

b) Welche Vorteile hat die Darstellung von $f(x)$ aus der Aufgabenstellung gegenüber der Darstellung aus Aufgabe a? Berechnen Sie zur Unterstützung Ihrer Begründung die Nullstellen der Funktion $f(x)$ mit Ihrem Taschenrechner.

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 6. September 2023

Aufgabe 3.

In der Graphik sind 4 ganzrationale Funktionen skizziert.
Diskutieren Sie mit Begründung die möglichen Grade der vier Funktionen und das Vorzeichen ihrer Leitkoeffizienten.



Aufgabe 4. Der Graph einer ganzrationalen Funktion $f(x)$ verläuft durch die Punkte

$$(1/10),\ (0/1),\ (3/-1),\ (10/5),\ (6/-7)\,.$$

a) Welchen Grad sollte der Ansatz für Ihre Funktion haben, damit Sie sichern können, dass die erhaltene Funktion durch die fünf Punkte verläuft? Begründen Sie ihre Wahl kurz.

b) Formulieren Sie Bedingungen an die Funktion $f(x)$, die sich aus den Vorgaben ergeben. Übersetzen Sie diese in ein lineares Gleichungssystem.

c) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem mit Ihrem Taschenrechner und geben Sie die Funktion $f(x)$ an.

Aufgabe 5. a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion

$$f(x) = 0{,}5x^3 + 2x^2 - 4x - 5$$

qualitativ, indem Sie mit Ihrem Taschenrechner die Nullstellen dieser Funktion berechnen.

b) Begründen Sie kurz, wie Sie bei Ihrer qualitativen Skizze vorgegangen sind.

c) Diskutieren Sie, ob Sie für jede ganzrationale Funktion dritten Grades eine qualitative Skizze mit Hilfe der Nullstellen angeben könnten. Ergänzen Sie Ihre Begründung mit zusätzlichen Skizzen.

Aufgabe 6. Skizzieren Sie eine ganzrationale Funktion, die durch die Punkte

$$(-5/6),\ (1/-8),\ (3/2),\ (10/-6)$$

verläuft, indem Sie zunächst wie in Aufgabe 4 eine Funktion bestimmen und dann wie in Aufgabe 5 den zugehörigen Graph skizzieren.