

Aufgaben: Stochastik
Teil 1.3: Grundbegriffe (Zufallsvariablen)

Aufgabe 1. Beim zweimaligen Würfeln ist die Zufallsvariable $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ durch $X(i, j) = |i^2 - j^2|$ definiert.

- a) Geben Sie die Ergebnisse zum Ereignis $X = 0$ an.
- b) Geben Sie die Ergebnisse zum Ereignis $X = 5$ an.
- c) Geben Sie die Ergebnisse zum Ereignis $X = 14$ an.
- d) Geben Sie alle Werte $k \in \mathbb{R}$, die durch X getroffen werden.

Aufgabe 2. Die Seiten eines Tetraeders sind mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4 beschriftet. Die Zufallsvariable X gibt die Summe der Werte bei dreimaligem Wurf an.

- a) Stellen Sie die Tabelle zu X auf, die zu allen Werten $k \in \mathbb{R}$ die zugehörigen Ergebnisse $e \in \Omega$ mit $X(e) = k$ angibt.
- b) Beschreiben Sie die folgenden Ereignisse, indem sie die Urbildergebnisse aufzählen:
 - 1) $X < 6$
 - 2) $X \geq 10$
 - 3) $3 \leq X \leq 9$
 - 4) $4 < X < 7$

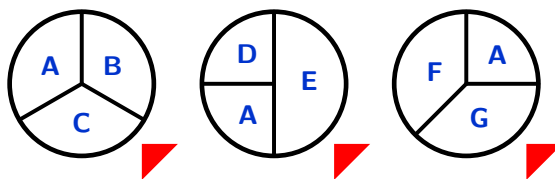
Aufgabe 3. Ein Zufallsexperiment hat die Ergebnismenge $\Omega = \{1, 2, \dots, 32\}$. Die Zufallsvariable ist gegeben durch $X(k) = \varphi(k)$ und gibt somit die Anzahl der Teiler von k wieder.

- a) Geben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Form an:
 - 1) $X = 2$
 - 2) $X \geq 7$
 - 3) $3 \leq X \leq 6$
- b) Geben Sie das Gegenereignis zu $|X - 4| > 2$ in Termen von X und in aufzählender Form an.
- c) Geben Sie das Maximum der Funktion X an.

Aufgabe 4. Eine Münze wird achtmal hintereinander geworfen und das Ergebnis mit Reihenfolge notiert. Die Zufallsvariable zählt die Anzahl der "Paschs" in dem Wurf. Dabei besteht ein Pasch aus mindestens zwei gleichen Würfeln hintereinander. Z. B. ist $X(K, Z, Z, K, K, K, K, Z, K) = 2$, und $X(Z, K, Z, K, Z, K, Z, K) = 0$.

- a) Welche Werte nimmt X an?
- b) Geben Sie $X = 3$ in aufzählender Form an

Aufgabe 5. Bei einem Glücksspielautomat werden drei Räder gleichzeitig betätigt. Die Buchstaben, die bei den Markierungen stehen bleiben entscheiden über den Gewinn.



Der Einsatz pro Spiel beträgt 1€. Die Zufallsvariable X beschreibt nun den Gewinn pro Spiel. Der Auszahlungsplan des Automaten ist aufgedruckt und sieht wie folgt aus:

A A A	A * A	* D *	* * G
5€	2€	3€	1€

- Berechnen Sie den Umfang des zugrundeliegenden Zufallsexperiments.
- Bestimmen Sie die Anzahl der Ergebnisse zu $X = 0$.
- Bestimmen Sie alle möglichen Gewinne (dabei sind auch Verluste möglich, die als negative Gewinne verzeichnet werden).
Geben Sie die zu diesen Bildern von X gehörigen Ereignisse in aufzählender Form an.

Aufgabe 6. In einer Urne befinden sich Kugeln mit den Buchstaben $A, F, M, R, N,$ und K . Von diesen werden in einem Zufallsexperiment zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Zwei Zufallsvariablen sind wie folgt definiert:

X : Der Mittelwert der Stellen der gezogenen Buchstaben im Alphabet

Y : Der größere Wert der Stellen der gezogenen Buchstaben im Alphabet

- Welche Werte werden durch X und Y jeweils getroffen?
- Geben Sie die Ereignisse als Teilmengen der Ergebnismenge des Zufallsexperimentes an:

1) $X < 12,$

2) $\overline{X < 3}$

3) $Y > 12$

4) $\overline{Y > 10}$