Frank Klinker

Aufgaben: Stochastik

Teil 3: Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Abhängigkeit

Aufgabe 1. Zu einem Zufallsexperiment gehört die folgende Zufallsverteilung:

e_i	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
$P(e_i)$	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3

A bezeichnet das Ereignis $A = \{e_3, e_2, e_5, e_6\}$. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Zeile mit den Wahrscheinlichkeiten $P(e_i|A)$ und berechnen Sie $P(B|A)$ für $B = \{e_1, e_2, e_6\}$.

Aufgabe 2. Die Gewinnwahrscheinlichkeiten dreier Teilnehmer M, N und P bei einem Wettrennen werden mit 10%, 30% und 40% angegeben. Wegen einer Verletzung kann P nicht antreten und gewinnt sicher nicht.

Berechnen Sie die neuen Gewinnwahrscheinlichkeiten für M und N.

Aufgabe 3. Eine Münze wir dreimal geworfen. Berechnen Sie $P(A|B)$ und $P(B|A)$ für

a) A :"dreimal Kopf"; B :"zweiter Wurf Kopf"
b) A :"erster Wurf Kopf"; B :"einmal Zahl"
c) A :"genau einmal Kopf"; B :"erster Wurf Zahl"

Aufgabe 4. Zwei Kinder aus einer Vierergruppe A, B, C, D machen einen Klingelstreich. Die Wahrscheinlichkeit für eine Beteiligung an dem Streich ist für alle Kinder gleich.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass D bei dem Streich mitgemacht hat, wenn man bereits weiß, dass A sicher nicht dabei war.

Aufgabe 5. In einem Restaurant essen im Durchschnitt 60% der Gäste keine Vorspeise und 50% keinen Dessert. 30% bestellen weder eine Vorspeise noch ein Dessert.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten:

   a1) Ein Gast der kein Dessert bestellt, bestellt auch keine Vorspeise.
   a2) Ein Gast der keine Vorspeise bestellt, bestellt auch kein Dessert.

b) Wiederholen Sie Aufgaben a) mit der neuen Information, dass nur 40% aller Gäste keinen Dessert essen.

   Erläutern Sie Auffälligkeiten und Unterschiede der Resultate.

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 25. November 2025

Aufgabe 6. Eine Untersuchung über Farbenblindheit ergibt folgende Vierfeldertafel: für die absoluten Häufigkeiten (F :"farbenblind"; M :"männlich"):

	M	$\bar{M}$	
F	451	63	514
$\bar{F}$	5749	6437	12186
	6200	6500	12700

a) Berechnen Sie alle acht bedingten relativen Häufigkeiten.

b) Welche davon gehört zur Frage "Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für Farbenblindheit, wenn die Person weiblich (männlich) ist?"

Aufgabe 7. a) Begründen Sie nachvollziehbar, dass für ein Ereignis A mit $P(A) \neq 0$ folgendes gilt:

1) $P(A \cap B|A) = P(B|A)$ 2) $P(A \cup B|A) = 1$ 3) $P(B|A) + P(\bar{B}|A) = 1$

b) Für zwei Ereignisse A, B mit $P(A), P(B) \neq 0$ gilt:

Aus $P(B|A) > P(B)$ folgt $P(A|B) > P(A)$.

Aufgabe 8. Während einer Krankheitsepedemie werden durchschnittlich 2% einer Bevölkerung von dieser Krankheit befallen. Von diesen überleben erfahrungsgemäß 0,95%.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein zufällig ausgewählte Person dieser Bevölkerung von der Krankheit befallen ist und diese nicht überlebt.

Aufgabe 9. Zwei Würfel werden nacheinander geworfen.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Augensumme 10 ist und einer der Würfel eine sechs zeigt.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Augensumme 10 ist wenn einer der Würfel eine sechs zeigt.

Aufgabe 10. Der Hausmeister des ESB hat Steckdosen von zwei Herstellern H_1, H_2 gekauft, wobei 80% der Steckdosen von H_1 stammen. In den Lieferungen von H_1 sind im Durchschnitt 5% defekt, bei H_2 nur 3%.

Nutzen Sie die Bezeichnungen A :"Steckdose stammt von H_1" und B :"Steckdose ist defekt"

a) Begründen Sie, warum es ich bei den Angaben zu den defekten Steckdosen um bedingte Wahrscheinlichkeiten handelt und formulieren Sie diese geeignet mit Hilfe von A und B.

b) Stellen Sie die Vierfeldertafel für A und B auf und ergänzen Sie alle Wahrscheinlichkeiten.

Aufgabe 11. Auf sechs Karten werden die Buchstaben A,N,A,N,A,S notiert und anschließend werden die Karten gemischt. Nun werden nacheinander alle sechs Karten gezogen und nebeneinander gelegt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in der gezogenen Reihe das Wort ANNA vorkommt.

Aufgabe 12. Eine Firma wirbt im TV für ein neues Produkt.

a) Es wird angenommen, dass 40% aller Fernsehzuschauer die Werbung sehen und hiervon 2% das Produkt erwerben. Berechnen Sie, wie viel Prozent aller Fernsehzuschauer, die die Werbung sehen, das Produkt erwerben?
b) Es wird weiter untersucht, dass 99% aller Zuschauer das Produkt auch nicht kaufen, wenn Sie die Werbung nicht gesehen haben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird das Produkt von allen Zuschauer gekauft?
c) Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein TV-Zuschauer die Werbung gesehen hat, wenn er das Produkt gekauft hat.
d) Beurteilen Sie, ob die Werbung wirksam ist.

Aufgabe 13. Eine Münze wird dreimal geworfen und die folgenden Ereignisse werden untersucht:

A: "Gleiches Ergebnis in den ersten beiden Würfen"
B: "Gleiches Ergebnis in den letzten beiden Würfen"
C: "Gleiches Ergebnis im ersten und dritten Wurf"

Zeigen Sie rechnerisch, dass jeweils zwei der Ereignisse A, B und C voneinander unabhängig sind.

Aufgabe 14. Eine Urne enthält 60 Kugeln, die von 1 bis 60 nummeriert sind. Es werden folgende Ergebnisse untersucht

A: "Die Kugelnummer ist ein Vielfaches von 3"
B: "Die Kugelnummer ist ein Vielfaches von 4"
C: "Die Kugelnummer ist ein Vielfaches von 5"
D: "Die Kugelnummer ist ein Vielfaches von 6"

a) Untersuche, ob A, B und C paarweise unabhängig sind.
b) Wiederhole a) nachdem C durch D ersetzt wurde.
c) Wiederhole a), wenn 50 Kuegeln in der Urne sind.