Frank Klinker

Rechnen mit Größen im Alltag

1 Was ist eine Größe und wie kann man damit rechnen?

Eine **Größe** besteht immer aus einer Zahl - dem **Wert** - und einer **Einheit**.

Als Beispiel nehmen wir die elektrische Spannung unseres Stromnetzes. Diese misst man in der Einheit V (Volt) und sie beträgt $220\,V$.

Hierbei ist 220 der Wert der Größe und V die Einheit.

Bekannte Größen mit denen wir uns beschäftigen sind z.B.

- **Längen** mit den Einheiten km (Kilometer), m (Meter), dm (Dezimeter), cm (Zentimeter) und mm (Millimeter)
- **Geldbeträge** mit den Einheiten € (Euro) und ct (Cent)
- **Gewichte** mit den Einheiten t (Tonne), kg (Kilogramm), g (Gramm) und mg (Milligramm)

Beispiel 1.

$1\,m$ $40\,kg$ $4{,}20\,€$ $420\,ct$ $300\,cm$ $30\,dm$ $400\,g$ $0{,}3\,m$ u.s.w.

Regeln zum Rechnen mit Größen

- Man kann Größen addieren oder subtrahieren, wenn sie die gleichen Einheiten haben.
- Man kann Größen mit Zahlen multiplizieren und durch Zahlen teilen.

Beispiel 2.

$$1\,€ + 3\,€ = 4\,€ \qquad 23\,cm - 2\,cm = 21\,cm$$
$$300\,ct - 50\,ct = 250\,ct \qquad 4\,mg + 34\,mg = 38\,mg$$
$$4\,€ \cdot 7 = 28\,€ \qquad 80\,m : 10 = 8\,m$$
$$420\,ct : 21 = 20\,ct \qquad 12\,kg \cdot 3 = 36\,kg$$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 27. September 2024

Wir können auch Größen mit unterschiedlichen Einheiten addieren und subtrahieren, wenn sie "zusammenpassen":

- Die Größen $2\,kg$ und $4\,m$ kann man nicht addieren oder subtrahieren, da sie nicht zusammenpassen: die eine beschreibt ein Gewicht und die andere eine Länge.
- Wir können die Geldbeträge $3\,€$ und $25\,ct$ zusammenrechnen und bekommen $3{,}25\,€$.
- Wir können von der Länge $2\,m$ die Länge $50\,cm$ abziehen und bekommen $150\,cm$.

Grundregel zum Rechnen mit Größen

Bevor wir zusammenpassende Größen addieren oder subtrahieren können, müssen wir sie zunächst auf die **gleiche Einheit** bringen.

Beispiel 3. • Wir haben im vorigen Beispiel $3\,€$ und $25\,ct$ zusammengerechnet und $3{,}25\,€$ erhalten. Eigentlich haben wir das folgende getan:

$3\,€$ sind $300\,ct$. Zusammen mit $25\,ct$ sind das $325\,ct$ oder $3{,}25\,€$.

- Im gleichen Beispiel haben wir $50\,cm$ von $2\,m$ abgezogen und $150\,cm$ erhalten. eigentlich haben wir das so gemacht:

$2\,m$ sind $200\,cm$. Abzüglich $50\,cm$ sind das $150\,cm$ oder $1{,}5\,m$.

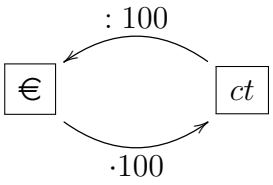
Warum die korrekte Einheit wichtig ist
(aus einem Polizeibericht vom 18.09.2024)

2 Umrechnen von Geldbeträgen

Beispiel 4. Bei Geldbeträgen fällt uns das Rechnen mit unterschiedlichen Einheiten nicht sehr schwer:

$$1\,€ = 100\,ct$$
$$20\,ct = 0{,}20\,€$$
$$2\,€40\,ct = 240\,ct = 2{,}40\,€$$

Die **Umrechnung von Geldbeträgen** in Euro und Cent geschieht mit dem Übergangsfaktor 100:



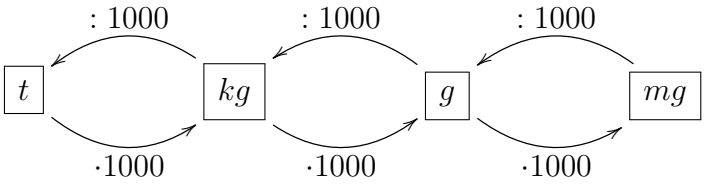
Beispiel 5.

$400\,ct = \boxed{4}\,€$ (man muss durch 100 teilen)

$35\,€ = \boxed{3500}\,ct$ (man muss mit 100 multiplizieren)

3 Umrechnen von Gewichten

Die **Umrechnung von Gewichten** geschieht mit dem Übergangsfaktor 1000:



Beispiel 6.

$3{,}5\,kg = \boxed{3500}\,g$ (man muss mit 1000 multiplizieren)

$4000\,mg = \boxed{4}\,g$ (man muss durch 1000 teilen)

$1{,}5\,t = \boxed{1500}\,kg$ (man muss mit 1000 multiplizieren)

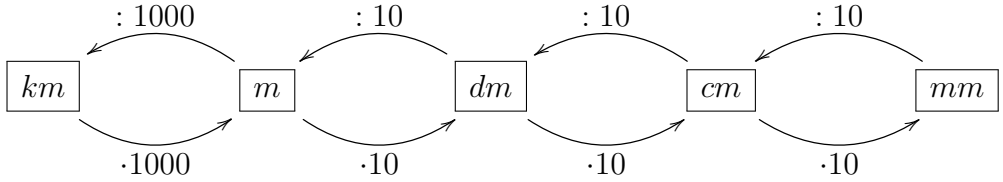
$1{,}5\,t = \boxed{1500000}\,g$ (man muss mit $1000 \cdot 1000 = 1000000$ multiplizieren)

$300000\,mg = \boxed{0{,}3}\,kg$ (man muss durch $1000 \cdot 1000 = 1000000$ teilen)

4 Umrechnen von Längen

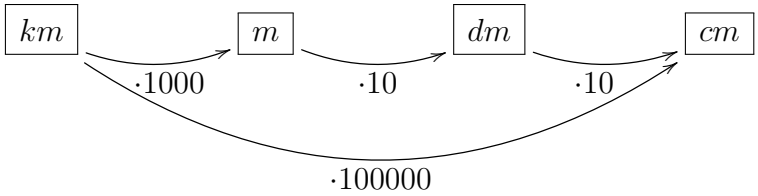
Die wichtigsten Längeneinheiten sind ***mm***, ***cm dm***, ***m*** und ***km*** (lies: Millimeter, Zentimeter, Dezimeter, Meter und Kilometer)

Die **Umrechnung von Längen** geschieht mit unterschiedlichen Übergangsfaktoren:

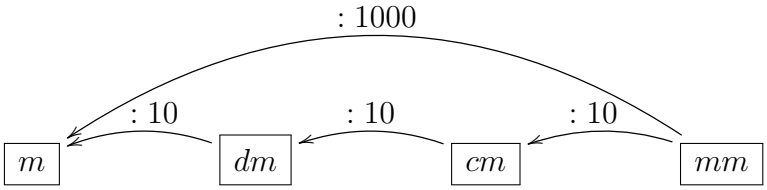


Rechenhilfen

Wenn man z.B. von km in cm umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $1000 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$ multiplizieren, statt nacheinander mit 1000, dann mit 10 und dann nochmal mit 10 zu multiplizieren.



Wenn man z.B. von mm in m umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ teilen, statt nacheinander durch 10, dann durch 10 und dann nochmal durch 10 zu teilen.

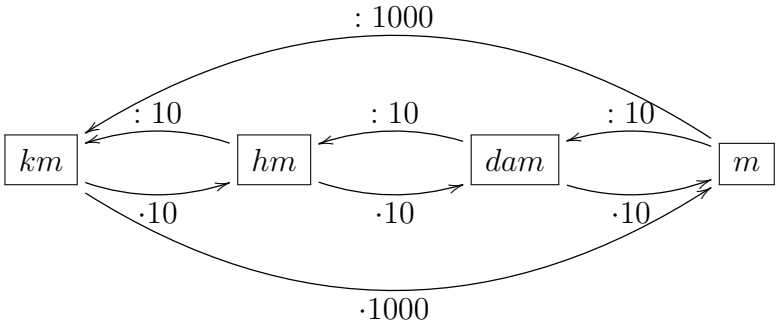


Beispiel 7.

$35\,km =$	$\boxed{35000}\,m$	(man muss mit 1000 multiplizieren)
$40\,mm =$	$\boxed{4}\,cm$	(man muss durch 10 teilen)
$15dm =$	$\boxed{150}\,cm$	(man muss mit 10 multiplizieren)
$400\,cm =$	$\boxed{4}\,m$	(man muss durch $10 \cdot 10 = 100$ teilen)
$1,5\,m =$	$\boxed{150}\,cm$	(man muss mit $10 \cdot 10 = 100$ multiplizieren)

$3000\,dm = \boxed{0{,}3}\,km$ (man muss durch $10 \cdot 1000 = 10000$ teilen)

Bemerkung 8. Der Sprung von m nach km ist größ er als der Abstand zwischen den anderen Einheiten. Damit das einheitlich ist, gibt es dazwischen noch zwei weitere (eher ungebräuchliche) Längeneinheiten ***dam*** (lies: Dekameter) und ***hm*** (lies: Hektometer):



5 Umrechnen von Flächen

Die wichtigsten Flächeneinheiten sind $\boldsymbol{mm^2}$, $\boldsymbol{cm^2}$ $\boldsymbol{dm^2}$, $\boldsymbol{m^2}$ und $\boldsymbol{km^2}$ (lies: Quadratmillimeter, Quadratzentimeter, u.s.w.). Dabei entspricht

$$\left.\begin{array}{r} 1\,mm^2 \\ 1\,cm^2 \\ 1\,dm^2 \\ 1\,m^2 \\ 1\,km^2 \end{array}\right\} \text{ der Fläche eines Quadrates mit der Seitenlänge } \left\{\begin{array}{l} 1\,mm \\ 1\,cm \\ 1\,dm \\ 1\,m \\ 1\,km \end{array}\right.$$

Damit folgt

- In ein Quadrat mit der Seitenlänge $1\,cm$ (d.h. der Fläche $1\,cm^2$) passen 100 Quadrate der Seitenlänge $1\,mm$ (d.h der Fläche $1\,mm^2$)
- In ein Quadrat mit der Seitenlänge $1\,dm$ (d.h. der Fläche $1\,dm^2$) passen 100 Quadrate der Seitenlänge $1\,cm$ (d.h. der Fläche $1\,cm^2$)
- In ein Quadrat mit der Seitenlänge $1\,m$ (d.h. der Fläche $1\,m^2$) passen 100 Quadrate der Seitenlänge $1\,dm$ (d.h. der Fläche $1\,dm^2$)
- In ein Quadrat mit der Seitenlänge $1\,km$ (d.h. der Fläche $1\,km^2$) passen 1000000 Quadrate der Seitenlänge $1\,m$ (d.h. der Fläche $1\,m^2$)

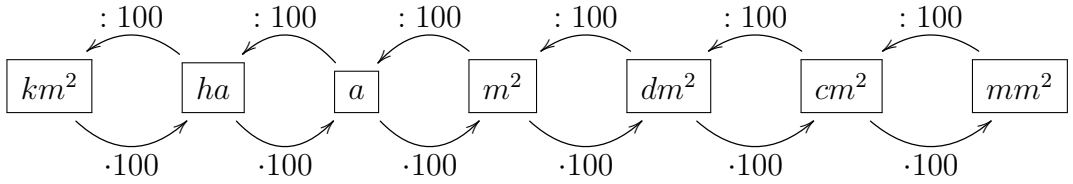
Bemerkung 9. Weil der Sprung von m^2 nach km^2 sehr groß ist, gibt es dazwischen noch die weiteren Flächeneinheiten ***a*** (lies: Ar) und ***ha*** (lies: Hektar). Dabei

entspricht

$$\left.\begin{array}{r} 1\,a \\ 1\,ha \end{array}\right\} \text{ der Fläche eines Quadrates mit der Seitenlänge } \left\{\begin{array}{l} 10\,m \\ 100\,m \end{array}\right.$$

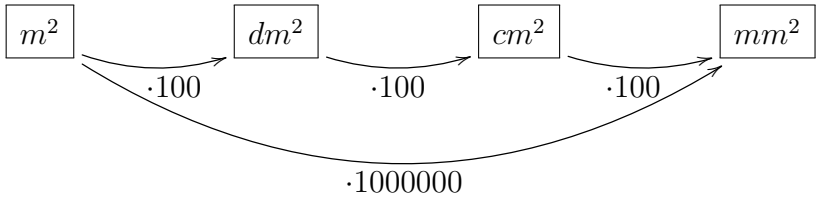
Diese Flächeneinheiten sind in der Landwirtschaft sehr gebräuchlich.

Die **Umrechnung von Flächen** geschieht mit dem Übergangsfaktor 100:

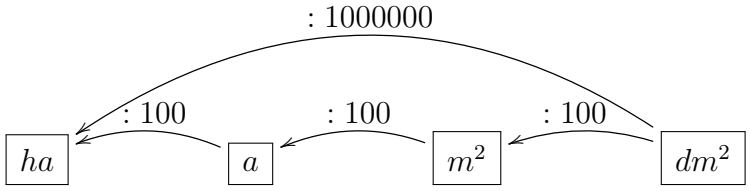


Rechenhilfen

Wenn man z.B. von m^2 in mm^2 umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $100 \cdot 100 \cdot 100 = 1000000$ multiplizieren, statt nacheinander mit 100, dann mit 100 und dann nochmal mit 100 zu multiplizieren.



Wenn man z.B. von dm^2 in ha umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $100 \cdot 100 \cdot 100 = 1000000$ teilen, statt nacheinander durch 100, dann durch 100 und dann nochmal durch 100 zu teilen.



Beispiel 10.

$35\,km^2 = \boxed{35000000}\,m^2$ (man muss mit 1000000 multiplizieren)

$450\,mm^2 = \boxed{4{,}5}\,cm^2$ (man muss durch 100 teilen)

$15dm^2 = \boxed{1500}\,cm^2$ (man muss mit 100 multiplizieren)

$400\,a = \boxed{4}\,ha$ (man muss durch 100 teilen)

$1,5\,m^2 = \boxed{15000}\,cm^2$ (man muss mit $100 \cdot 100 = 10000$ multiplizieren)

$3000\,dm^2 = \boxed{0{,}00003}\,km^2$ (man muss durch $100 \cdot 1000000 = 100000000$ teilen)

6 Umrechnen von Volumen

Die wichtigsten Volumeneinheiten sind $\boldsymbol{mm^3}$, $\boldsymbol{cm^3}$ $\boldsymbol{dm^3}$, $\boldsymbol{m^3}$ und $\boldsymbol{km^3}$ (lies: Kubikmillimeter, Kubikzentimeter, u.s.w.).

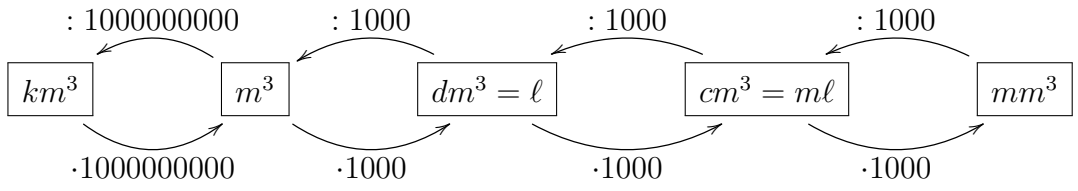
Die gebräuchlichste ist dabei dm^3 und bekommt noch den neuen Namen ℓ (lies: Liter). Damit ist dann cm^3 das gleiche wie $m\ell$ (lies: Milliliter). Es ist

$$\left.\begin{array}{c} 1\,mm^3 \\ 1\,cm^3 = 1\,m\ell \\ 1\,dm^3 = 1\,\ell \\ 1\,m^3 \\ 1\,km^3 \end{array}\right\} \text{ das Volumen eines Würfels mit der Seitenlänge } \left\{\begin{array}{c} 1\,mm \\ 1\,cm \\ 1\,dm \\ 1\,m \\ 1\,km \end{array}\right.$$

Damit folgt

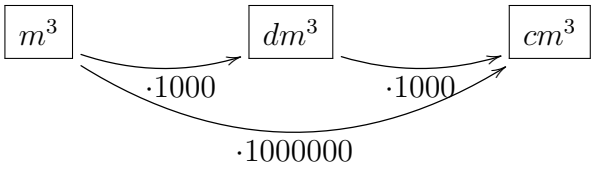
- In einen Würfel mit der Seitenlänge $1\,cm$ (d.h. dem Volumen $1\,cm^3 = 1\,m\ell$) passen 1000 Würfel der Seitenlänge $1\,mm$ (d.h der Fläche $1\,mm^3$)
- In einen Würfel mit der Seitenlänge $1\,dm$ (d.h. dem Volumen $1\,dm^3 = 1\,\ell$) passen 1000 Würfel der Seitenlänge $1\,cm$ (d.h. der Fläche $1\,cm^3 = 1\,m\ell$)
- In einen Würfel mit der Seitenlänge $1\,m$ (d.h. dem Volumen $1\,m^3$) passen 1000 Würfel der Seitenlänge $1\,dm$ (d.h. der Fläche $1\,dm^3 = 1\,\ell$)
- In einen Würfel mit der Seitenlänge $1\,km$ (d.h. dem Volumen $1\,km^3$) passen 1000000000 Würfel der Seitenlänge $1\,m$ (d.h. der Fläche $1\,m^2$)

Die **Umrechnung von Volumen** geschieht mit den Übergangsfaktoren 1000 bzw 1000000000:

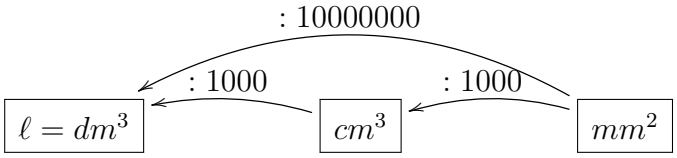


Rechenhilfen

Wenn man z.B. von m^3 in cm^3 umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $1000 \cdot 1000 = 1000000$ multiplizieren, statt dreimal nacheinander mit 1000 zu multiplizieren.



Wenn man z.B. von mm^3 in ℓ umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $1000 \cdot 1000 = 10000000$ teilen, statt dreimal nacheinander durch 1000 zu teilen.



Beispiel 11.

$35\,km^3 =$ 35000000000000 ℓ (man muss mit $1000000000 \cdot 1000 = 1000000000000$ multiplizieren)

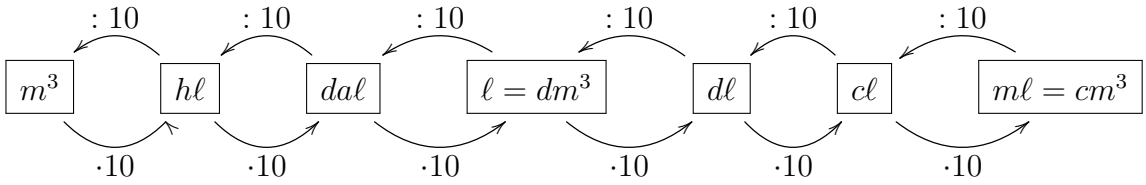
$450\,mm^3 =$ 0,45 $m\ell$ (man muss durch 1000 teilen)

$15dm^3 =$ 15000 cm^3 (man muss mit 1000 multiplizieren)

$40000\,m^3 =$ 0,00004 km^3 (man muss durch 1000000000 teilen)

$1,5\,m^3 =$ 1500000 cm^3 (man muss mit $1000 \cdot 1000 = 1000000$ multiplizieren)

$300\,l =$ 0,3 m^3 (man muss durch 1000 teilen)

Bemerkung 12. Der Liter ℓ ist die umgangssprachlich gebräuchlichste Volumeneinheit. Weil jedoch zwischen dem ℓ und der nächstgrößeren Einheit m^3 und nächstkleineren Einheit cm^3 sehr große Schritte sind, gibt es noch die folgenden kleineren Abstufungen:

- Zwischen m^3 und $\ell = dm^3$ gibt es $da\ell$ (lies: Dekaliter) und $h\ell$ (lies: Hektoliter)
- Zwischen $\ell = dm^3$ und $m\ell = cm^3$ gibt es $d\ell$ (lies: Deziliter) und $c\ell$ (lies: Zentiliter)