

Beispielaufgabe zum Modellierungskreislauf

1. Realsituation / Reales Problem

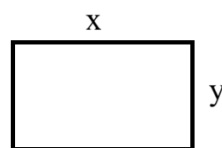


- Situation: Auf dem Hof eines Kindergartens soll ein Garten angelegt werden. Es sind 24 Meter Zaun incl. eines Tors vorhanden. Zaunpfähle müssen noch hinzugekauft werden.
- Problem: Das Beet soll vollständig vom Zaun umschlossen sein und möglichst groß werden?

2. Reduktion des Problems zum **Realmodell**¹

- Die Fläche ist eben.
- Mit Größe ist die Größe des Flächeninhalts der vom Zaun eingeschlossenen Fläche gemeint.
- Das Beet hat die Form eines Rechtecks.

3. Mathematisieren gibt ein **Mathematisches Modell**



- Die Seiten des Dreiecks sind x und y . Der Zaun bildet den Umfang des Rechtecks
- Umfang: $U = 2 \cdot x + 2 \cdot y$
- Flächeninhalt: $F = x \cdot y$
- Ziel: F soll maximal werden unter der Nebenbedingung $U = 24$

Adresse: ESB Hamm, Vorheider Weg 8, 59067 Hamm

E-Mail: mail@frank-klinker.de

Version: 24. April 2026

¹Diese Reduktion ist nicht eindeutig; hier macht man sinnvolle Annahmen, die ggf. später angepasst werden müssen.

4. Mathematische Berechnungen²

- Aus $U = 24$ folgt $2x + 2y = 24$ also $y = 12 - x$
- Einsetzen in die Flächenformel gibt

$$F = xy = x(12 - x) = -x^2 + 12x$$

- Das beschreibt eine nach unten geöffnete Parabel in Normalform mit $a = -1, b = 12, c = 0$.
- Diese Parabel hat einen höchsten Punkt, den Scheitelpunkt (x_S/F_S) , mit

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \cdot (-1)} = 6$$

und

$$F_S = -6^2 + 12 \cdot 6 = -36 + 72 = 36$$

5. Mathematische Lösung

- Für das größte Rechteck gilt $F = 36$
- Aus $x = 6$ folgt außerdem $y = 12 - 6 = 6$
- Das Rechteck ist ein Quadrat

6. Realisieren zu einer Reallösung

- Das Beet mit der größten Fläche ist quadratisch mit der Seitenlänge 6 m .
- Der Flächeninhalt ist dann 36 m^2

7. Verifizierung/Validierung³

- Validierung:
Ist ein quadratisches Beet praktisch?
Passt das Beet in der Form auf den Hof? D. h.: gibt es eventuell weitere Nebenbedingungen?
- Kritik am Modell:
Gibt es eine andere Form, die einen größeren Flächeninhalt erlaubt?

²An dieser Stelle ergeben sich oft unterschiedliche mögliche Rechenwege.

³Dieser Punkt ist zentral, denn spätestens hier werden die Annahmen zur Reduktion und die sich daraus ergebene Lösung überprüft.