Frank Klinker

Mechanik von Flüssigkeiten

Teil 2: Der Schweredruck und die Bodendruckkraft

3 Der Schweredruck

Wir betrachten ein mit Wasser gefülltes Gefäß.

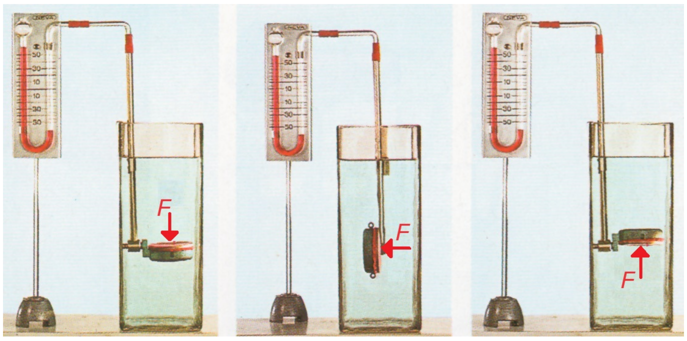
Auch wenn wir keine Kraft mit Hilfe eines Kolbens auf die Wasseroberfläche ausüben, messen wir beim Eintauchen einer Referenzfläche einen Druck, siehe Abb. 1.

Einen solchen Druck bemerken wir etwa beim Eintauchen in ein Schwimmbecken durch "Druck auf den Ohren".

In unserem Versuch sehen wir

1. Der gemessene Druck hängt von der Tiefe ab: je tiefer, desto größer der Druck.
2. Der gemessene Druck ist unabhängig von der Lage der Fläche.

Abb. 1: Druckmessung in einer Flüssigkeit



zu 1: Zur Bestimmung des Wertes des Drucks sehen wir uns in Abbildung 1 das erste Bild an.

Wir überlegen uns, dass die Kraft auf die Fläche durch das Gewicht des Wassers ausgeübt wird, welches sich über der Fläche befindet.

befindet sich die Fläche in der Tiefe h unter der Wasseroberfläche, so steht über der Fläche A eine Wassersäule mit dem Volumen

$$V = hA\,.$$

Zusammen mit der Dichte ϱ von Wasser ergibt sich eine Masse m der Wassersäule von

$$m = \varrho V = \varrho h A.$$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 15. November 2024

Mit Hilfe der Erdbeschleunigung g übt die Wassersäule eine Gewichtskraft von

$$F = mg = \varrho g h A$$

auf die Fläche aus. Als Druck ergibt sich damit in der Tiefe h

$$p = \frac{F}{A} = \varrho g h.$$

<u>zu 2:</u> Dass die Kraft auf die Fläche unabhängig von der Lage der Fläche ist, kann man wie folgt einsehen:

Die Wasserteilchen, die am unteren Ende der Wassersäule liegen, werden von der Säule wie von einem Kolben "weggedrückt" und zwar gleichmäßig in alle Richtungen. Man kann sagen: "Die Gewichtskraft der Wassersäule wird umgelenkt."

In einer Flüssigkeit mit der Dichte ϱ wirkt in der Tiefe h unter der Flüssigkeitsoberfläche ein Druck von

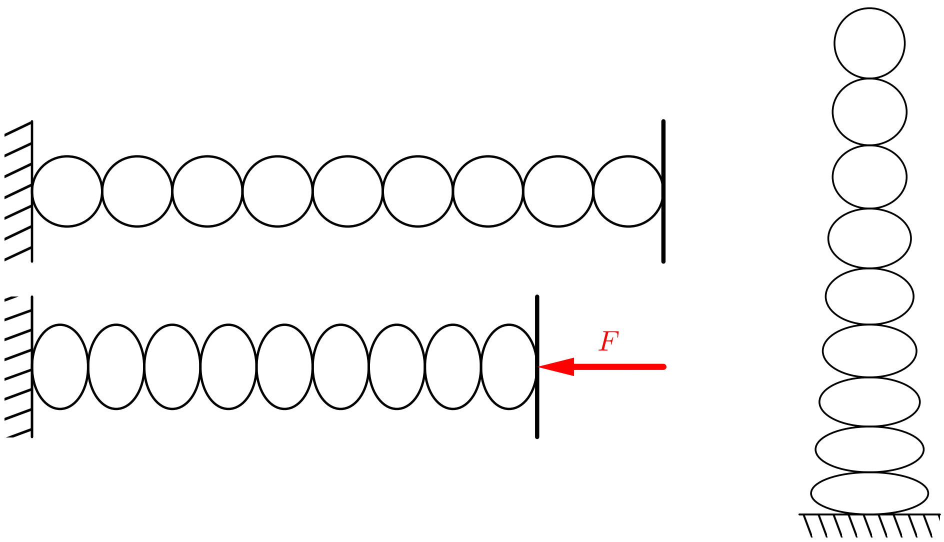
$$p = \varrho g h\,.$$

Dieser Druck heißt **Schweredruck** oder **hydrostatischer Druck** der Flüssigkeit in der Tiefe h.

Der Schweredruck ändert sich nur in vertikale Richtung mit der Tiefe h. In horizontale Richtung ist der Schweredruck konstant.

Bemerkung 3 (Modellexperiment)**.** In unserem Modellexperiment wählen wir als Wassermoleküle flexible Bälle, siehe Abbildung 2

Abb. 2: Ein Modellversuch zur Druckausbreitung in Flüssigkeiten.



1. Zunächst legen wir die Bälle horizontal hintereinander an eine Wand, sodass sie sich soeben berühren. Nachdem wir eine Kraft ausüben drücken sich die Bälle zusammen. Dies geschieht gleichmäßig, so wie wir die Druckausbreitung anfangs auch kennen gelernt haben.

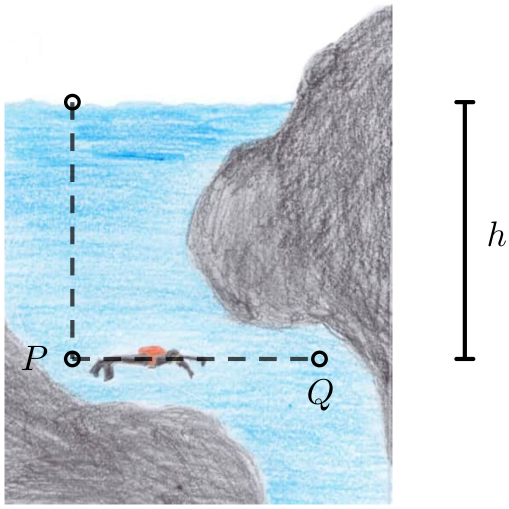
   Dies entspricht in der Flüssigkeit dem gleichmäßigen, horizontalen Druck.

2. Stapeln wir die Bälle übereinander, dann sehen wir das folgende Phänomen: der unterste Ball ist am meisten gequetscht und der oberste gar nicht. Dazwischen nimmt die Quetschung der Bälle von oben nach unten zu. Das lässt sich dadurch erklären, dass auf jeden Ball die Gewichtskraft aller Bälle darüber wirkt.

   Dies entspricht in der Flüssigkeit dem nach unten zunehmenden Druck.

Beispiel 4. Für einen Taucher in einer Höhle ist der Druck unabhängig davon, ob über ihm Gestein ist. Der Druck hängt nur von der Tauchtiefe bezogen auf die Wasseroberfläche ab, siehe Abb. 3.

Abb. 3: Der Schweredruck beim Tauchen:
an den Punkten P und Q herrscht der gleiche Druck $p = \varrho g h$.



4 Die Bodendruckkraft und das scheinbare Paradoxon

Wir wollen untersuchen, wie sich der Schweredruck in allgemeineren Situationen auswirkt.

Dazu machen folgenden Versuch: Verschiedene Gefäße mit gleicher Grundfläche sind unten mit einer Membran verschlossen. Wir füllen die Gefäße bis zur selben Höhe mit Wasser und messen die Kraft, die auf die Membran am Boden wirkt, siehe Abb. 4.[1]

Es zeigt sich, dass die Kraft auf den Boden der Gefäße in allen Fällen die gleiche ist. Diese Kraft nennen wir **Bodendruckkraft**. Sie entspricht genau der Kraft, die vom Schweredruck, den man in der Tiefe h messen würde, auf die Bodenfläche A ausgeübt wird:

$$F_B = \varrho g h A \,.$$

[1]Das Glas ist fest auf einem Ring platziert, so dass alle Kräfte des Glasgefäßes vom Kraftmesser nicht erfasst werden. Das gilt also insbesondere für die Gewichtskraft des Gefäßes selbst.

Abb. 4: Messung der Bodendruckkraft

Abbildung 4a: Versuchsaufbau

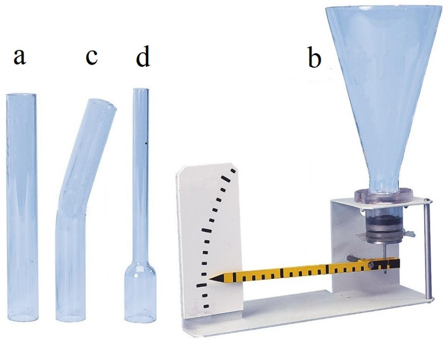
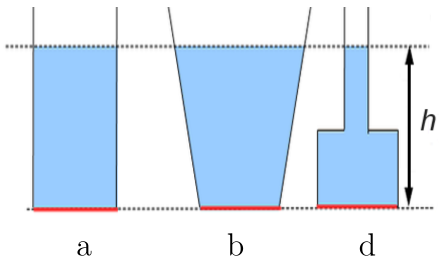


Abbildung 4b: Vereinfachte Skizze



Dies erscheint zunächst paradox, da man anschaulich die Gewichtskraft des Wassers in den Gefäßen für die Kraft am Boden verantwortlich macht, aber diese ist offensichtlich nicht immer die gleiche.

Dieses Paradoxon wird durch den weiter oben eingeführten Begriff des Schweredrucks gelöst, siehe dazu Bemerkung 5 unten.

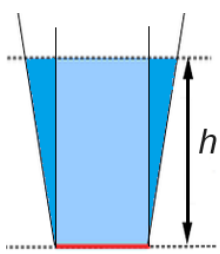
Unabhängig können wir in den Fällen a, b und zum Teil in Fall d auch anschaulich argumentieren.

zu a: Im Fall a liefert unsere Anschauung genau das richtige Ergebnis, denn die Gewichtskraft des Wassers über der Fläche ist

$$F_G = gm = g\varrho V = \varrho g h A\,.$$

zu b. Zur Begründung dieses Falls zerlegen wir das Wasservolumen in zwei Teile: einem Teil, der direkt über der Membran liegt, und dem restlichen Teil. In Abb. 5 ist der restliche Teil, der nicht über der Membran liegt, dunkler markiert.

Abb. 5: zur Begründung von Fall b

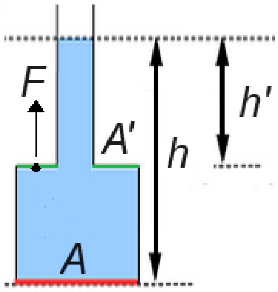


Die Gewichtskraft des Teils der Wassermenge, die nicht über der Membran liegt, wirkt nur auf den Glasrand und nicht direkt auf die Membran. Da die Kräfte des Glasrandes vom Kraftmesser nicht erfasst werden, liefert die Gewichtskraft dieses Wasserteils keinen Beitrag zur Bodendruckkraft.

Die Bodendruckkraft entspricht somit, wie in Fall a, der Gewichtskraft der Wassersäule über der Membran.

zu d. Wir vergleichen die Situation aus Abbildung 6 mit dem Beispiel 4 und der zugehörige Abbildung 3.

Abb. 6: Zur Begründung von Fall d



Wir erkennen, dass am markierten Punkt auf der grünen, oberen Fläche des Gefäßes ein Druck von $p = \varrho g h'$ herrscht. Damit wirkt auf die grüne Fläche A' die Kraft

$$F = pA' = \varrho g h' A' ,$$

die nach oben zeigt.

Da sich jedoch das gesamte System im Gleichgewicht befindet, gibt es eine gleich große Gegenkraft, die nach unten zeigt.

Diese wirkt nun zusätzlich zur Gewichtskraft des Wassers auf die Membran. Die Gewichtskraft des Wassers ist

$$F_G = mg = \varrho g V = \varrho g \big[(h - h')A + h'(A - A') \big] = \varrho g (hA - h'A') .$$

Als Bodendruckkraft ergibt sich in der Summe der gemessene Wert:

$$F_B = F_G + F = \varrho g (hA - h'A') + \varrho g h' A' = \varrho g h A .$$

zu c. Auch hier rufen wir uns die Situation des Tauchers in einer Höhle in Erinnerung, siehe Beispiel 4. Wir erweitern die dortige Abbildung ein wenig zu Abb. 7.

Wir wissen, dass in den Punkten P und Q der gleiche Schweredruck herrscht, nämlich $p_1 = \varrho g h_1$.

Bewegen wir uns nun von Punkt Q zu Punkt R, so erhöht sich der Druck um den Wert, der von der Wassersäule zwischen Q und R herrührt, nämlich um $p_2 = \varrho g h_2$.

Der Schweredruck am Punkt R ist somit

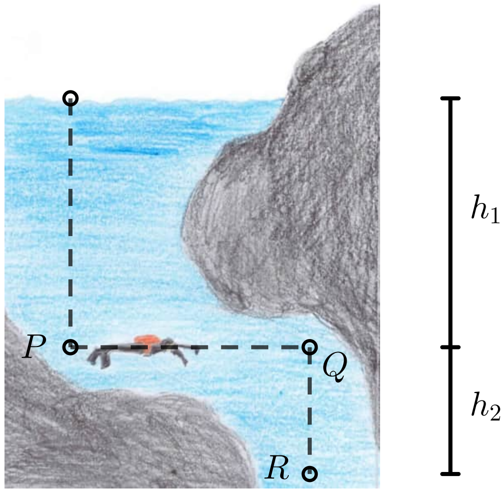
$$p = p_1 + p_2 = \varrho g h_1 + \varrho g h_2 = \varrho g (h_1 + h_1) = \varrho g h$$

wobei $h = h_1 + h_2$ der senkrechte Abstand vom Punkt R zur Wasseroberfläche ist.

Mit diesem Druck ergibt sich nun am Boden eine Kraft von

$$F_B = pA = \varrho g h A .$$

Abb. 7: Zur Begründung von Fall c



Bemerkung 5.

- Die Fälle a, b und d kann man natürlich mit der gleichen Argumentation wie in Fall c begründen.
- Wir haben hier für die Fälle a und b aber absichtlich sehr anschauliche Begründungen gewählt.
- Unsere Begründung für Fall d benötigt, genau wie die Begründung von Fall c, den Schweredruck. In Fall d haben wir hier bereits ein zusätzliches Phänomen kennengelernt, das wir in einem Abschnitt zum Auftrieb noch näher untersuchen wollen.