

Grundlegende Bezeichnungen und Rechenregeln

1 Verwendete Fachbegriffe

Zunächst erinnern wir uns an die Fachbegriffe, die wir beim Rechnen verwenden

Addition/addieren

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & + & 3 & = & 15 & & \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ \text{Summand(en)} & & & & \text{Summe} & & \end{array}$$

Multiplikation/multiplizieren

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & \cdot & 3 & = & 36 & & \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ \text{Faktor(en)} & & & & \text{Produkt} & & \end{array}$$

Subtraktion/subtrahieren

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & - & 3 & = & 9 & & \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ \text{Minuend} & & & & \text{Differenz} & & \\ & & \uparrow & & & & \\ & & \text{Subtrahend} & & & & \end{array}$$

Division/dividieren

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & : & 3 & = & 4 & & \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ \text{Dividend} & & & & \text{Quotient} & & \\ & & \uparrow & & & & \\ & & \text{Divisor} & & & & \end{array}$$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm

E-Mail: mail@frank-klinker.de

Version: 30. August 2023

2 Basis-Rechenregeln

Beim Rechnen gelten die nachfolgenden Rechenregeln. Wir nummerieren sie von 1 bis 6.

Oft kann man einige von ihnen kombinieren.

Rechenregel 1

Treten in einer Rechnung nur Punkt oder nur Strichrechnung auf, dann erhält man die Lösung, indem man von links nach rechts rechnet.

Rechnen von links nach rechts

Beispiel 1 (zu RR 1).

- $1 + 4 + 3 = 5 + 3 = 8$
- $1700 + 31 - 1520 = 1731 - 1520 = 211$
- $1000 - 200 + 300 - 700 = 800 + 300 - 700 = 1100 - 700 = 400$
- $2 \cdot 5 \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30$
- $30 \cdot 15 : 5 \cdot 2 = 450 : 5 \cdot 2 = 90 \cdot 2 = 180$
- $630 : 7 : 2 = 90 : 2 = 45$

Rechenregel 2

Treten in einer Rechnung nur Punkt und Strichrechnung auf, dann erhält man die Lösung, indem man zunächst die Punktrechnungen und dann die Strichrechnung durchführt.

Punkt- vor Strichrechnung

Beispiel 2 (zu RR 2).

- $1 + 5 \cdot 4 = 1 + 20 = 21$
- $60 : 3 - 1 = 20 - 1 = 19$
- $12 \cdot 3 + 15 : 5 = 36 + 3 = 39$
- $2 + 3 \cdot 7 - 5 = 2 + 21 - 5 = 23 - 5 = 18$
- $30 + 20 : 4 = 30 + 5 = 35$

Rechenregel 3a

Treten in einer Rechnung einige Teilrechnungen in Klammern auf, dann muss man diese zuerst berechnen.

Klammern zuerst

Rechenregel 3b

Sind in einer Rechnung Klammern ineinander verschachtelt, dann muss man diese "von Innen nach Außen" berechnen.

Klammern von Innen nach Außen

Beispiel 3 (zu RR 3a und 3b).

- $(1 + 5) \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$
- $60 : (3 - 1) = 60 : 2 = 30$
- $(2 + 5) \cdot (8 + 4) = 7 \cdot 12 = 84$
- $(2 \cdot (3 + 7) + 4) : 2 = (2 \cdot 10 + 4) : 2 = (20 + 4) : 2 = 24 : 2 = 12$
- $(2 \cdot (3 \cdot 4) \cdot (12 - 6)) + 3 = (2 \cdot 12 \cdot 6) + 3 = (24 \cdot 6) + 3 = 144 + 3 = 147$
- $1 + (((3 + 2) \cdot 3) - 4) \cdot 5 = 1 + (((5 \cdot 3) - 4) \cdot 5) = 1 + ((15 - 4) \cdot 5)$
 $= 1 + (11 \cdot 5) = 1 + 55 = 56$

Rechenregel 4a

Addiert man zwei Zahlen, so ist es egal, in welcher Reihenfolge man dies tut.

Rechenregel 4b

Multipliziert man zwei Zahlen, so ist es egal, in welcher Reihenfolge man dies tut.

Kommutativgesetze (Vertauschungsgesetz)

Beispiel 4 (zu RR 4a und 4b).

- $1 + 5 = 6$ und genauso $5 + 1 = 6$
- $12 + 70 = 82$ und genauso $70 + 12 = 82$
- $2 \cdot 3 = 6$ und genauso $3 \cdot 2 = 6$
- $31 \cdot 7 = 217$ und genauso $7 \cdot 31 = 217$

Rechenregel 5a

Berechnet man die Summe von drei Zahlen, so kann man zunächst die ersten beiden addieren oder zuerst die letzten beiden addieren.

Rechenregel 5b

Berechnet man das Produkt von drei Zahlen, so kann man zunächst die ersten beiden multiplizieren oder zuerst die letzten beiden multiplizieren.

Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz)

Beispiel 5 (zu RR 5a und 5b).

- $(1 + 5) + 3 = 6 + 3 = 9$ und genauso $1 + (5 + 3) = 1 + 8 = 9$
- $(12 + 18) + 62 = 30 + 62 = 92$ und genauso $12 + (18 + 62) = 12 + 80 = 92$
- $(3 \cdot 7) \cdot 12 = 21 \cdot 12 = 252$ und genauso $3 \cdot (7 \cdot 12) = 3 \cdot 84 = 252$
- $2 \cdot (8 \cdot 9) = 2 \cdot 72 = 144$ und genauso $(2 \cdot 8) \cdot 9 = 16 \cdot 9 = 144$

Insbesondere das Assoziativgesetz (AG) und das Kommutativgesetz (KG) können einem beim Rechnen behilflich sein:

Wir wollen $(298 + 4238) + 102$ berechnen.

Gemäß RR 3a müssten wir zunächst $298 + 4238$ berechnen und dann 102 dazu addieren.

Stattdessen rechnen wir

$$\begin{aligned}(298 + 4238) + 102 &\stackrel{\text{KG}}{=} (4238 + 298) + 102 \\ &\stackrel{\text{AG}}{=} 4238 + (298 + 102) \\ &\stackrel{\text{RR 3a}}{=} 4238 + 400 = 4638\end{aligned}$$

Rechenregel 6

Berechnet man das Produkt einer Zahl mit der Summe zweier Zahlen, so ist das Ergebnis das gleiche, als wenn man zunächst das Produkt des Faktors mit jedem Summanden berechnet und die Ergebnisse addiert.

Diese Regel gilt auch, wenn man das Produkt einer Zahl mit einer Differenz statt mit einer Summe berechnen will.

Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)

Beispiel 6 (zu RR 6).

- $4 \cdot (2 + 5) = 4 \cdot 7 = 28$ und genauso $4 \cdot 2 + 4 \cdot 5 = 8 + 20 = 28$, also:

$$4 \cdot (2 + 5) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot 5$$

- $(18 - 12) \cdot 6 = 6 \cdot 6 = 36$ und genauso $18 \cdot 6 - 12 \cdot 6 = 108 - 72 = 36$, also:

$$(18 - 12) \cdot 6 = 18 \cdot 6 - 12 \cdot 6$$

- $(3 + 7) \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60$ und genauso $3 \cdot 6 + 7 \cdot 6 = 18 + 42 = 60$, also:

$$(3 + 7) \cdot 6 = 3 \cdot 6 + 7 \cdot 6$$

- $2 \cdot (6 - 2) = 2 \cdot 4 = 8$ und genauso $2 \cdot 6 - 2 \cdot 2 = 12 - 4 = 8$, also:

$$2 \cdot (6 - 2) = 2 \cdot 6 - 2 \cdot 2$$

Die Nützlichkeit des Distributivgesetzes (DG) wird unter anderem dann deutlich, wenn man es "rückwärts" benutzt:

- Wir wollen $13 \cdot 102$ berechnen. Wir rechnen stattdessen:

$$\begin{aligned} 13 \cdot 102 &= 13 \cdot (100 + 2) \\ &\stackrel{\text{DG}}{=} 13 \cdot 100 + 13 \cdot 2 \\ &= 1300 + 26 \\ &= 1326 \end{aligned}$$

- Wir wollen $198 \cdot 23$ berechnen. Wir rechnen stattdessen:

$$\begin{aligned} 198 \cdot 23 &= (200 - 2) \cdot 23 \\ &\stackrel{\text{DG}}{=} 200 \cdot 23 - 2 \cdot 23 \\ &= 4600 - 46 \\ &= 4554 \end{aligned}$$

3 Weitere spezielle Rechenregeln

3.1 Nur Addition und Subtraktion

Hat man eine Aufgabe, die nur "Strichrechnung" enthält, so gelten die folgenden zusätzlichen Regeln:

- ▷ Treten in einer Rechnung nur "+" und "-" auf, dann darf man die einzelnen Komponenten miteinander vertauschen

Beispiel 7.

- $3 + 4 - 5 - 1 + 3 + 8 = 4 - 1 + 8 - 5 + 3 + 3 = 4 + 3 + 8 + 3 - 1 - 5$ u.s.w

- ▷ Bei einem "+" vor der Klammer darf man die Klammer einfach weglassen
- ▷ Bei einem "-" vor der Klammer darf man diese weglassen, wenn man alle Rechenzeichen in der Klammer umdreht, d. h. aus "+" wird "-" und aus "-" wird "+"

Beispiel 8.

- $7 + (-6 + 3) = 7 - 6 + 3$
- $3 + 8 + (5 + 2) = 3 + 8 + 5 + 2$
- $19 - 4 + (-3 + 4 + 5 - 2 - 6) = 19 - 4 - 3 + 4 + 5 - 2 - 6$
- $19 + (-7) = 19 - 7$
- $7 - (-6 + 3) = 7 + 6 - 3$
- $3 + 4 - (5 + 1) = 3 + 4 - 5 - 1$
- $19 - 4 - (3 + 4 + 5 - 2 - 6) = 19 - 4 - 3 - 4 - 5 + 2 + 6$
- $3 + 5 - (-7) = 3 + 5 + 7$

3.2 Nur Multiplikation und Division

Hat man eine Aufgabe, die nur "Punktrechnung" enthält, so gelten die folgenden zusätzlichen Regeln:

- ▷ Treten in einer Rechnung nur "·" und ":" auf, dann darf man die einzelnen Komponenten miteinander vertauschen.

Beispiel 9.

- $6 \cdot 4 : 2 : 1 \cdot 8 : 3 = 6 : 1 \cdot 8 : 2 : 3 \cdot 4 = 4 \cdot 6 \cdot 8 : 1 : 2 : 3$ u.s.w

! **Achtung:** Wenn man vertauscht, dann muss ganz vorne stets ein multiplikativer Faktor stehen!

- ▷ Bei einem "·" vor der Klammer darf man die Klammern einfach weglassen
- ▷ Bei einem ":" vor der Klammer darf man diese weglassen, wenn man alle Rechenzeichen in der Klammer umdreht, d. h. aus "·" wird ":" und aus ":" wird "·"

Beispiel 10.

- $7 \cdot (6 : 3) = 7 \cdot 6 : 3$
- $10 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2) = 10 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2$
- $20 : 4 \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 : 2 : 6) = 20 : 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 : 2 : 6$
- $12 : (6 : 3) = 12 : 6 \cdot 3$
- $10 \cdot 4 : (5 \cdot 2) = 10 \cdot 4 : 5 : 2$
- $20 : 4 : (3 \cdot 4 \cdot 5 : 2 : 6) = 20 : 4 : 3 : 4 : 5 \cdot 2 \cdot 6$

3.3 Division, Addition und Subtraktion

▷ Hat man eine Aufgabe, in der man eine Klammer, die nur "Strichrechnung" enthält, durch einen Ausdruck teilt, dann gilt eine Art

Distributivgesetz der Division.

Beispiel 11.

- $(12 + 33) : 3 = 12 : 3 + 33 : 3$
- $(128 - 16) : 8 = 128 : 8 - 16 : 8$
- $(252 + 96 - 48) : 12 = 252 : 12 + 96 : 12 - 48 : 12$

! **Achtung:** Bei dem Distributivgesetz der Division muss die Klammer immer vorne stehen!